

# CALCOLO DELLA PERICOLOSITA' E ANALISI DEL RISCHIO

## Un nuovo metodo basato sui calcoli di dinamica

**Massimiliano Barbolini e Federica Cappabianca**

Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale Università di Pavia

Via Ferrata 1, 27100-Pavia, Italia

Email: [massimiliano.barbolini@unipv.it](mailto:massimiliano.barbolini@unipv.it)

Nel presente lavoro viene proposta una metodologia innovativa - basata sull'utilizzo dei modelli di dinamica - per caratterizzare la probabilità annua che un qualunque punto della zona di arresto venga superato da una valanga.

Il metodo proposto ha il vantaggio di consentire il calcolo della probabilità anche in aree prive di documentazione storica; inoltre esso fornisce una base metodologica adeguata per l'effettuazione di analisi quantitative di rischio, in cui vengono valutati, accanto alla pericolosità di un evento in termini di probabilità di accadimento, anche i danni potenzialmente causabili da una valanga a persone e/o beni materiali. Sono inoltre possibili valutazioni di rischio con riferimento a differenti scenari di calcolo, con la possibilità di affrontare il problema della messa in sicurezza di un sito in un'ottica "costi-benefici". Il metodo proposto è stato applicato a titolo esemplificativo al sito "Val Nigolaia", in Val di Rabbi (TN).

## 1. INTRODUZIONE

La "zonizzazione" del territorio (ovvero la perimetrazione delle aree pericolose e la definizione di vincoli all'uso del suolo) è un elemento cruciale per prevenire l'interazione del fenomeno valanghivo con le attività antropiche. A questo proposito risulta essenziale la stima della probabilità annua con cui, in media, un qualsiasi punto della zona di fondovalle viene raggiunto da una valanga; una zona è infatti soggetta a un pericolo tanto maggiore quanto maggiore è la probabilità annua che una valanga la interessi.

La stima della suddetta probabilità (ovvero della pericolosità) può essere effettuata seguendo due differenti approcci:

- metodi basati sull'analisi statistica dei dati storici di distanza di arresto, come discusso in dettaglio in un precedente lavoro degli scriventi (Barbolini e Cappabianca, 2002a);
- metodi basati sull'applicazione dei modelli di dinamica delle valanghe, trattati nel presente lavoro.

La metodologia classica di perimetrazione del pericolo mediante utilizzo dei modelli di dinamica prevede tipicamente i seguenti passi (si veda ad esempio Salm et al., 1990; Hopf, 1998): (i) analisi statistica dei dati di precipitazione nevosa finalizzata alla stima dei volumi di distacco di progetto, ovvero dei volumi di distacco di valanghe caratterizzate da prefissate periodicità (ad esempio 30 e 300 anni in accordo alle Normative Svizzere, 10 e 150 anni in accordo a quelle Austriche); (ii) simulazione delle valanghe di progetto mediante modelli di dinamica e determinazione delle relative distanze di

arresto. In questo modo è possibile identificare le aree potenzialmente interessate dalle valanghe per ogni valore del tempo di ritorno di progetto, ma non è possibile ottenere direttamente la probabilità annua (o analogamente il tempo di ritorno) con cui un qualsiasi punto della zona di arresto viene raggiunto da una valanga. Per contro, l'approccio innovativo proposto nel presente lavoro consente tale tipo di determinazione; inoltre esso fornisce una base metodologica adeguata per l'effettuazione di analisi quantitative di rischio, in cui vengono valutati, accanto alla pericolosità di un evento in termini di probabilità di accadimento, i danni potenzialmente causabili da una valanga a persone e/o beni materiali.

## **METODOLOGIA PROPOSTA PER IL CALCOLO DELLA PERICOLOSITA'**

La pericolosità, in questo lavoro identificata con la probabilità annua che un dato punto di un sito valanghivo sia raggiunto da una valanga, può essere ottenuta dalla combinazione della probabilità che in una data area del pendio si verifichi il distacco di un assegnato volume di neve e della probabilità che la conseguente valanga raggiunga il punto fissato. Nell'ipotesi di simulare la dinamica di una valanga con un modello monodimensionale, il dominio di calcolo può essere rappresentato in un piano cartesiano (x,z), dove con x sono misurate le distanze progressive in metri dal punto più alto della zona di distacco e con z le quote espresse in metri sul livello del mare; un qualunque punto del sito valanghivo sarà dunque univocamente identificato tramite la sua ascissa x. Con questa schematizzazione monodimensionale il volume di distacco (V) si riduce all'altezza di distacco (h) ed alla lunghezza della zona di distacco (L). Ipotizzando inoltre per L una dipendenza deterministica dalla topografia del sito (in particolare dalle pendenze della zona di distacco), la variabilità delle condizioni di distacco è legata solamente ad h.

Fissato un punto x nella zona di arresto, sia H una variabile casuale tale che  $H=1$  se il punto è raggiunto (o superato) da una valanga,  $H=0$  se il punto non è raggiunto dalla valanga; la probabilità  $P_x$  che il punto x venga raggiunto da una valanga può essere espressa come da formula 1 (Fig. 1), dove

- **f(h)** rappresenta la funzione di densità di probabilità (PDF) dell'altezza di neve al distacco h.
- **$P_x^*(h)$**  la probabilità che il punto di ascissa x sia raggiunto da una valanga associata al distacco di uno strato di neve di spessore h.

La formula (1) è basata sugli assiomi della probabilità composta e della probabilità totale, sotto l'ipotesi che i due termini  $P_x^*(h)$  e  $f(h)$  siano tra loro indipendenti. Una trattazione analoga è stata proposta dalla FEMA (1990) per la perimetrazione delle aree inondabili da debris flow. L'espressione di  $P_x$  è dunque costituita da due termini:  $f(h)$ , determinabile mediante inferenza statistica sui dati di precipitazione nevosa (vedi sottoparagrafo 2.1);  $P_x^*(h)$ , determinabile mediante simulazioni della dinamica della valanga (vedi sottoparagrafo 2.2).

## FORMULE ED EQUAZIONI

$$P_x = P(H=1) = \int_{h_0}^{\infty} P_x^*(h) f(h) dh \quad [1]$$

$$h(T,z) = [P_{72}(T,z) + P_{sd}] s(\theta) \quad [2]$$

$$f(h) = f(P_{72}) \frac{1}{s(\theta)} \quad [3]$$

$$d(v) = \begin{cases} kv^2 & \text{if } v < v_1 \\ 1 - c - \frac{a}{v-b} & \text{if } v \geq v_1 \end{cases} \quad [4]$$

$$P_x(v) = \int_{h_0}^{\infty} P_{x,v}^*(h) f(h) dh \quad [5]$$

$$R(x) = \int_0^{\infty} p_x(v) d(v) dv \quad [6]$$

$$P_x = \sum_{i=1}^n P_x^*(h_i) f(h_i) \Delta h_i \quad [7]$$

$$P_x(v) = \sum_{i=1}^n P_{x,v}^*(h_i) f(h_i) \Delta h_i \quad [8]$$

$$R(x) = \sum_{i=1}^n p_x(v_i) d(v_i) \Delta v_i \quad [9]$$

### 2.1 Stima di f(h)

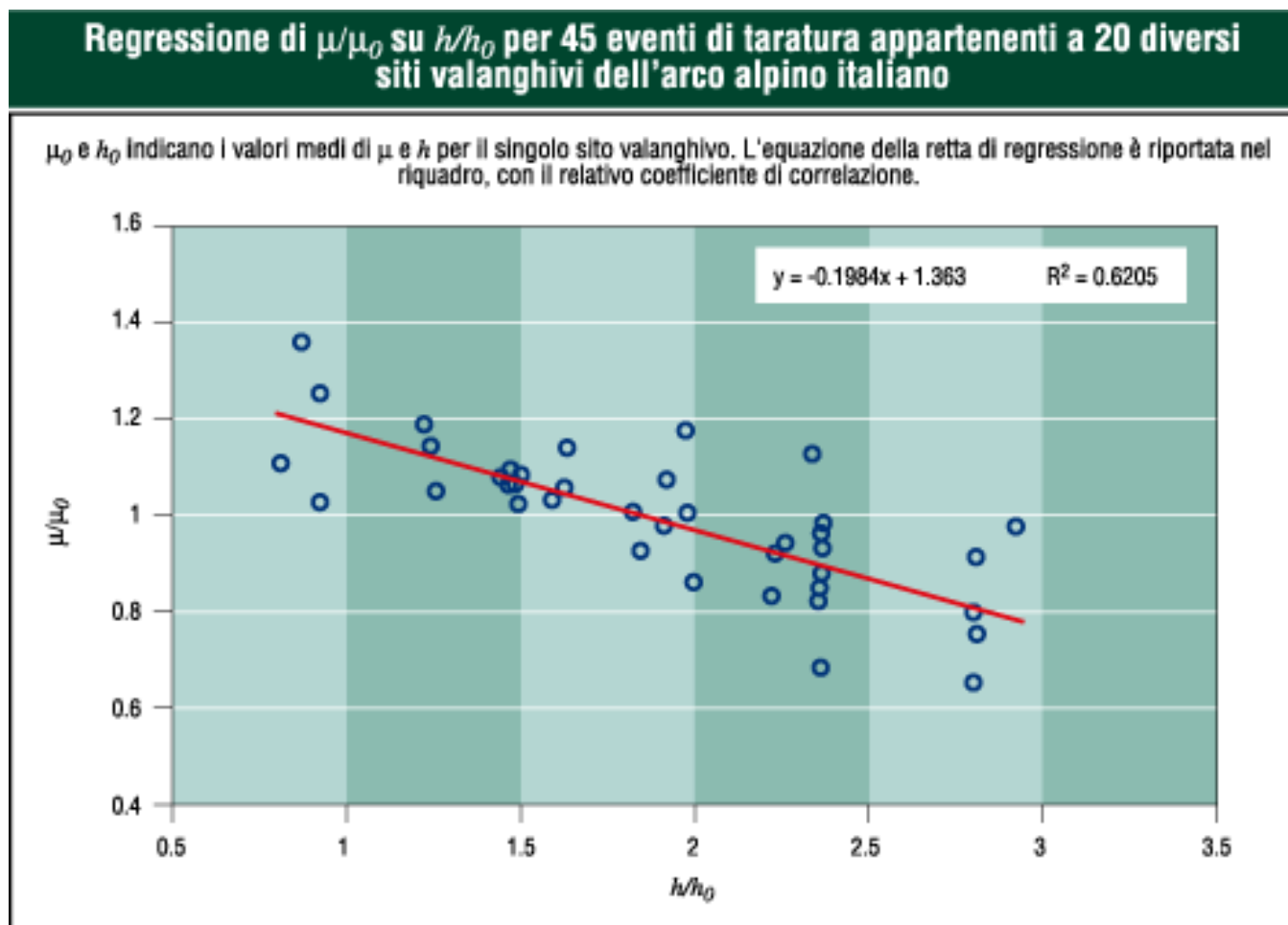
In accordo con Salm et al. (1990) e Burkard e Salm (1992), per fissato tempo di ritorno T e quota media della zona di distacco z, l'altezza di distacco h(T,z) può essere espressa in funzione della precipitazione nevosa sui tre giorni consecutivi, P72, del sovraccarico di neve ventata, P<sub>sd</sub>, e della pendenza media della zona di distacco, θ come segue nell'equazione 2, dove s(θ) è un fattore correttivo che consente di tenere conto della riduzione di altezza di distacco al crescere della pendenza della zona di distacco (Salm et al., 1990). Assumendo il termine P<sub>sd</sub> caratterizzabile mediante un valore medio, non legato al tempo di ritorno, l'unica variabile casuale nella relazione (2) è la P72. Essendo il legame tra altezza di neve al distacco e precipitazione nevosa su tre giorni consecutivi di tipo lineare (equazione 2), la densità di probabilità dell'altezza di neve al distacco f(h), per una fissata quota, può essere ottenuta da quella di P72 mediante la seguente relazione 3.

La f(P72) può essere determinata con i metodi classici dell'inferenza statistica a partire dai dati di precipitazione nevosa di una stazione rappresentativa (Maione e Moisello, 1993) oppure, al fine di aumentare l'accuratezza delle previsioni, mediante tecniche più sofisticate di analisi statistica effettuate a scala regionale (Kite, 1988; Cunanne, 1989; Barbolini et al. 2002b).

### 2.2 Stima di P<sub>x</sub>\*(h)

Per simulare la dinamica delle valanghe e per stimare la probabilità P<sub>x</sub>\*(h) che un punto lungo il profilo venga raggiunto da una valanga con altezza al distacco pari ad h, è stato utilizzato il modello VARA1D, sviluppato presso il Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale dell'Università di Pavia nel corso degli anni '90 (Natale et al., 1994; Barbolini, 1998; Barbolini et al., 2000). Simulata la dinamica di una valanga caratterizzata da altezza di distacco h, P<sub>x</sub>\*(h) è posto uguale a 1 se la valanga raggiunge o supera il punto x, è posto uguale a zero se la valanga si arresta più a monte. Il modello richiede come dati di input essenziali: (i) il profilo longitudinale del pendio; (ii) le condizioni al distacco (ovvero la lunghezza dell'area di distacco e l'altezza di neve che genera la valanga); (iii) i parametri modellistici, in particolare i due coefficienti di resistenza μ (attrito Coulombiano) e n (attrito turbolento). Con riferimento a quest'ultimo aspetto deve essere sottolineato che nel corso degli ultimi anni il modello è stato estensivamente calibrato sulle Alpi Italiane (Barbolini, 1999; Barbolini et al., 2002c; Barbolini et al., in

stampa), e pertanto sono disponibili tabelle e grafici che forniscono i valori più opportuni da utilizzare per i coefficienti di resistenza  $n$  e  $\mu$  in relazione alle caratteristiche del sito (in particolare al suo grado di incanalamento, vedi Fig. 2) e alle dimensioni dell'evento (in particolare all'altezza di distacco, vedi Fig. 3).



## APPLICAZIONE PRATICA DELLA METODOLOGIA PROPOSTA

La metodologia per il calcolo della pericolosità e del rischio proposta nei paragrafi precedenti (rispettivamente 2 e 3) è stata applicata al sito valanghivo “Val Nigolaia”, ubicato in Val di Rabbi, in Provincia di Trento (Fig. 6 e 7). Per una descrizione del sito si veda Barbolini e Cappabianca (2002).

## FORMULE ED EQUAZIONI

$$P_x = P(H=1) = \int_{h_0}^{\infty} P_x^*(h) f(h) dh \quad [1]$$

$$h(T,z) = [P_{72}(T,z) + P_{sd}] s(\theta) \quad [2]$$

$$f(h) = f(P_{72}) \frac{1}{s(\theta)} \quad [3]$$

$$d(v) = \begin{cases} kv^2 & \text{if } v < v_1 \\ 1 - c - \frac{a}{v-b} & \text{if } v \geq v_1 \end{cases} \quad [4]$$

$$P_x(v) = \int_{h_0}^{\infty} P_{xv}^*(h) f(h) dh \quad [5]$$

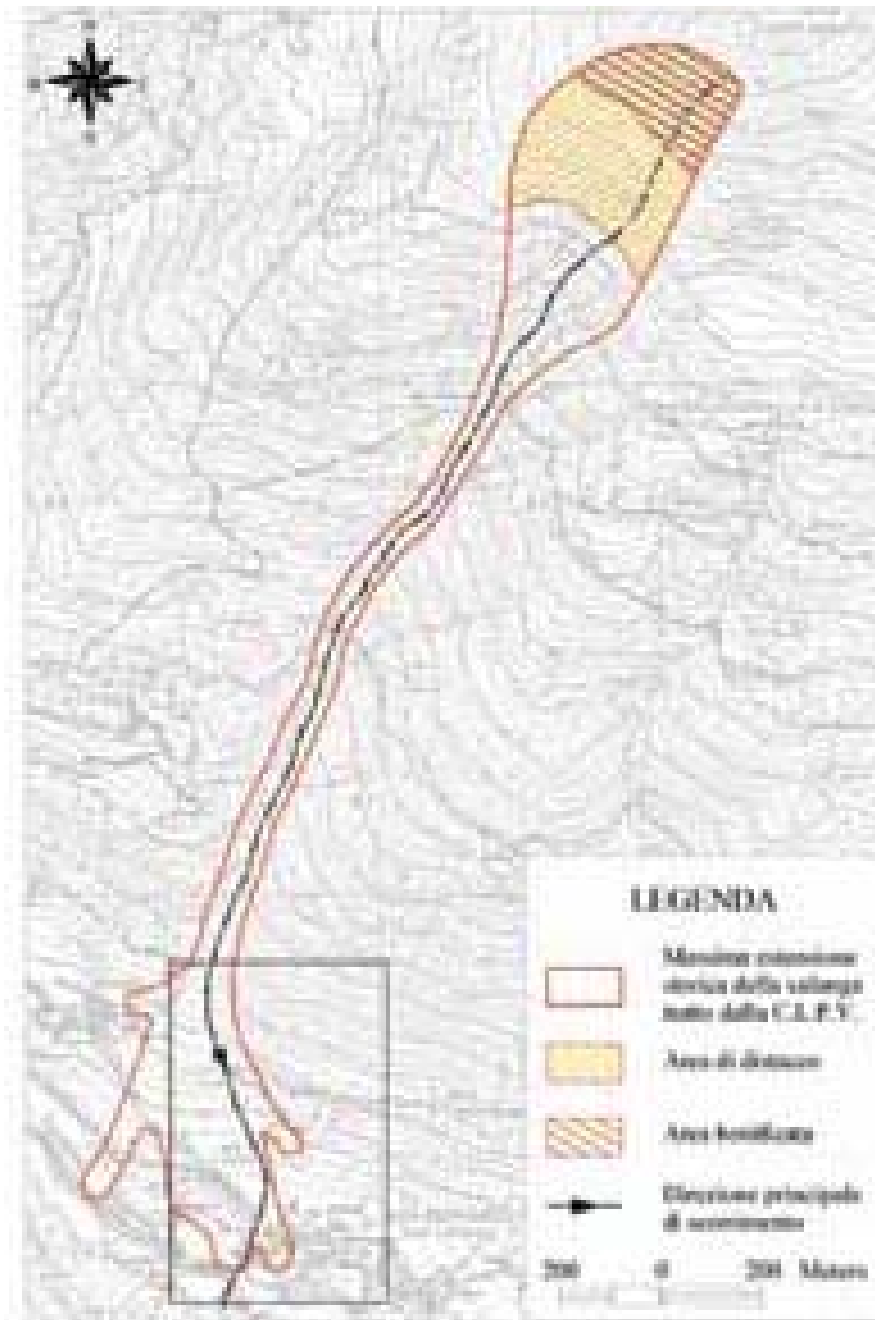
$$R(x) = \int_0^{\infty} p_x(v) d(v) dv \quad [6]$$

$$P_x = \sum_{i=1}^n P_x^*(h_i) f(h_i) \Delta h_i \quad [7]$$

$$P_x(v) = \sum_{i=1}^n P_{xv}^*(h_i) f(h_i) \Delta h_i \quad [8]$$

$$R(x) = \sum_{i=1}^n p_x(v_i) d(v_i) \Delta v_i \quad [9]$$





#### 4.1 Calcolo della pericolosità, $P_x$

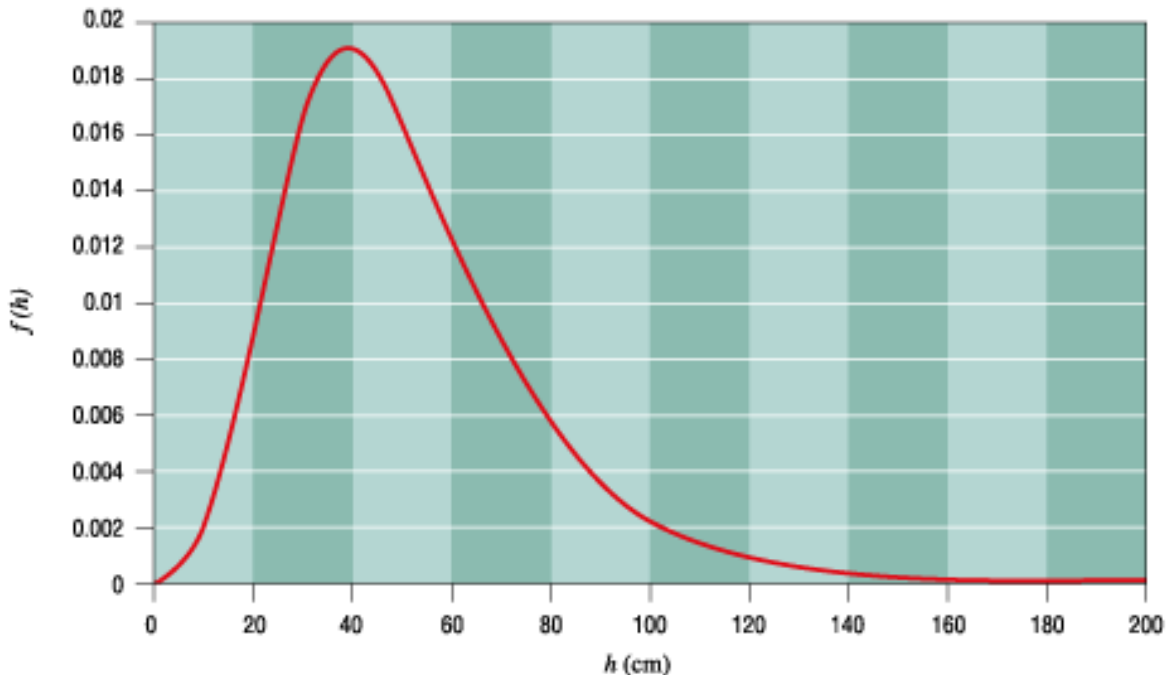
L'integrale dell'equazione (1) è risolto numericamente mediante la sommatoria n.7 riportata in **Fig.1**. Nelle simulazioni la lunghezza della zona di distacco è stata mantenuta costante e pari a 500 m, assumendo che essa dipenda solamente dalle caratteristiche topografiche della zona di distacco. Il limite superiore dell'area di distacco è stato fissato pari a 2500 m s.l.m. (**Fig. 7**), in accordo con le informazioni del Catasto Valanghe. Il coefficiente di attrito turbolento  $n$  è stato posto uguale a  $0.021 \text{ sm}^{-1/2}$  (vedi **Fig 2**) e mantenuto costante in tutte le simulazioni. Il coefficiente di attrito Coulombiano  $\mu$  è stato invece fatto variare secondo l'equazione di **Figura 3**.



## Funzione di densità di probabilità (PDF) dell'altezza di neve al distacco $h$ , per il sito valanghivo "Val Nigolaia"

Funzione di densità di probabilità (PDF) dell'altezza di neve al distacco  $h$ , per il sito valanghivo "Val Nigolaia", ottenuta da un'analisi statistica a scala regionale del massimo annuale della precipitazione nevosa su tre giorni consecutivi, P72 (sono state utilizzate 8 stazioni di misura per un totale di 158 dati).

Il campione regionale di P72 è stato adattato a una distribuzione GEV (Generalised Extreme Values distribution), i cui parametri sono stati stimati utilizzando la tecnica dei momenti pesati in probabilità.



In sintesi, la procedura per il calcolo della probabilità  $P_x$  in ogni punto della griglia di calcolo (eq. 7) prevede i seguenti passi:

- viene fissato un valore di altezza di neve al distacco  $h_i$ ;
- viene calcolato il relativo valore di  $f(h_i)$  dalla PDF di  $h$ , mostrata in **Fig. 8** per il sito in esame;
- viene calcolato il valore di  $\mu_i$  mediante l'equazione di Figura 3, utilizzando i valori  $h_0=0,5$  e  $\mu_0=0,26$  (valori medi di  $h$  e  $\mu$  per il sito in esame);
- viene simulata la propagazione della valanga  $i$ -esima con il modello VARA1D;
- se il punto considerato ( $x$ ) della griglia di calcolo è raggiunto dalla valanga (con un'altezza maggiore di 0,1 m)  $P^*_x(h_i)=1$ , in caso contrario  $P^*_x(h_i)=0$ .

I passi da **a**) a **e**) sono ripetuti 40 volte ( $h$  è stato fatto variare da 0,1 a 2 m, con un incremento di 0,05 m), i valori dei singoli termini della sommatoria (7) sono calcolati e la probabilità  $P_x$  viene stimata.

I risultati ottenuti (per tempi di ritorno  $T=1/P=30, 50, 100$  e 300 anni) sono rappresentati in **Fig. 9**.

In corrispondenza della Strada Comunale e del Torrente Rabbies sono stati stimati dei tempi di ritorno di circa 30 e 200 anni rispettivamente; questi risultati sono avvalorati dai dati storici che indicano una valanga al fiume (1916) negli ultimi 200 anni e tre valanghe che hanno raggiunto o superato la strada (1916, 1931, 1986) nell'ultimo secolo (il primo evento di cui si hanno notizie risale al 1805, ma per le valanghe che non hanno interessato il paese i dati possono essere ritenuti sistematici solo con riferimento all'ultimo secolo). Si registra inoltre un buon accordo con i risultati ottenuti su tale sito mediante modelli di tipo statistico (Barbolini e Cappabianca, 2002), almeno con riferimento ai tempi di ritorno maggiori (ovvero 100 e 200 anni; la discrepanza sui tempi di ritorno inferiori al secolo dipende dal fatto che con l'analisi statistica dei dati storici questi ultimi tendono ad essere sovrastimati, per carenza di sistematicità nelle informazioni relative agli eventi di intensità minore).



## 4.2 Calcolo del rischio, $R(x)$

La probabilità  $P_x(v)$  è stata calcolata per ogni punto  $x$  della zona di arresto per 60 valori di velocità differenti, a partire da 0.5 ms<sup>-1</sup> fino a 30 ms<sup>-1</sup>, con un incremento di 0.5 ms<sup>-1</sup>. A quote inferiori a 1250 m s.l.m., ovvero nella zona di conoide, in cui la valutazione del rischio risulta di particolare interesse non si sono mai verificate velocità superiori a 30 ms<sup>-1</sup>.

Fissato un punto  $x$  e un valore di velocità  $v$ , la stima di  $P_x(v)$  è stata fatta risolvendo numericamente l'integrale (5) mediante la sommatoria n. 8 di **Fig. 1**, che richiede:

- a)** che venga fissato un valore dell'altezza di neve al distacco  $h_i$ ;
- b)** che venga calcolata  $f(h_i)$  a partire dalla densità di probabilità di  $h$ , mostrata in **Figura 8**;
- c)** che venga calcolato il valore di  $\mu_i$  mediante l'equazione di **Figura 3**, utilizzando i valori  $h_0=0,5$  e  $\mu_0=0,26$  (valori medi di  $h$  e  $\mu$  per il sito in esame);
- d)** che venga simulata la propagazione della valanga  $i$ -esima utilizzando il modello VARA1D;
- e)** se il punto  $x$  considerato è raggiunto da una valanga con velocità superiore o uguale a  $v$  ms<sup>-1</sup>  $P_{x,v}(h_i)=1$ , altrimenti  $P_{x,v}(h_i)=0$ .

Questi passi sono stati ripetuti 40 volte, ovvero per ogni valore di velocità fissato; l'altezza di neve al distacco, analogamente al calcolo della (7) è stata fatta variare da 0,1 a 2m con un incremento di 0,05m. In questo modo è possibile calcolare tutti i termini della sommatoria (8) e stimare la probabilità  $P_x(v)$  per il valore di velocità  $v$  fissato.

Infine per ottenere il rischio si è risolta numericamente l'eq (6) nel modo di eq. 9 **Fig.1**.

In ogni posizione  $x$  lungo il profilo la risoluzione dell'equazione (9) richiede che venga fissato un valore di velocità  $v_i$ , che venga stimata  $p_x(v_i)$  a partire dalla densità di probabilità  $p_x(v)$  relativa al punto fissato (determinata adattando una distribuzione Beta ai valori di  $P_x(v)$  calcolati mediante la relazione 8), che venga stimata la vulnerabilità  $d(v_i)$  utilizzando la curva di **Fig. 5**. I passaggi descritti sono stati ripetuti 60 volte, variando la velocità  $v$  da 0,5 a 30 ms<sup>-1</sup>, con un passo di 0,5 ms<sup>-1</sup>. Il rischio sul fondovalle è stato stimato anche ipotizzando che in una porzione della zona di distacco siano realizzate delle opere di difesa attiva, in particolare si è considerata "bonificata" circa il 40% dell'area di distacco, ovvero da 2500 a 2350 m s.l.m. (vedi **Figura 7**). In questo caso è stato dunque variato lo scenario di distacco e sono stati fatti variare opportunamente i parametri di resistenza (in particolare il coefficiente  $\mu$ ) da utilizzare nel modello VARA1D.

I valori di rischio ottenuti sono compresi tra  $10^{-1}$  e  $1.4 \cdot 10^{-4}$  a partire dall'ingresso nella zona di conoide ( $z=1200$  m s.l.m.) fino al torrente Rabbies ( $z=1090$  m s.l.m.), vedi **Figg. 10 e 11**. Facendo riferimento ai limiti di rischio ritenuti accettabili in Islanda (Jóhannesson e Arnalds, 2001, vedi **Fig. 12**) i valori ottenuti per l'area di fondovalle in esame risultano essere troppo elevati. In particolare la normativa islandese considera un rischio pari a  $0.3 \cdot 10^{-4}$  accettabile per qualunque uso del territorio, mentre forti restrizioni sono poste se il rischio è superiore a  $3 \cdot 10^{-4}$ . I calcoli effettuati mostrano che la bonifica di una parte della zona di distacco (**Figura 7**) riduce il rischio a valori accettabili per la maggior parte dell'abitato di S.Bernardo (Vedi **Figg. 10 e 11**).

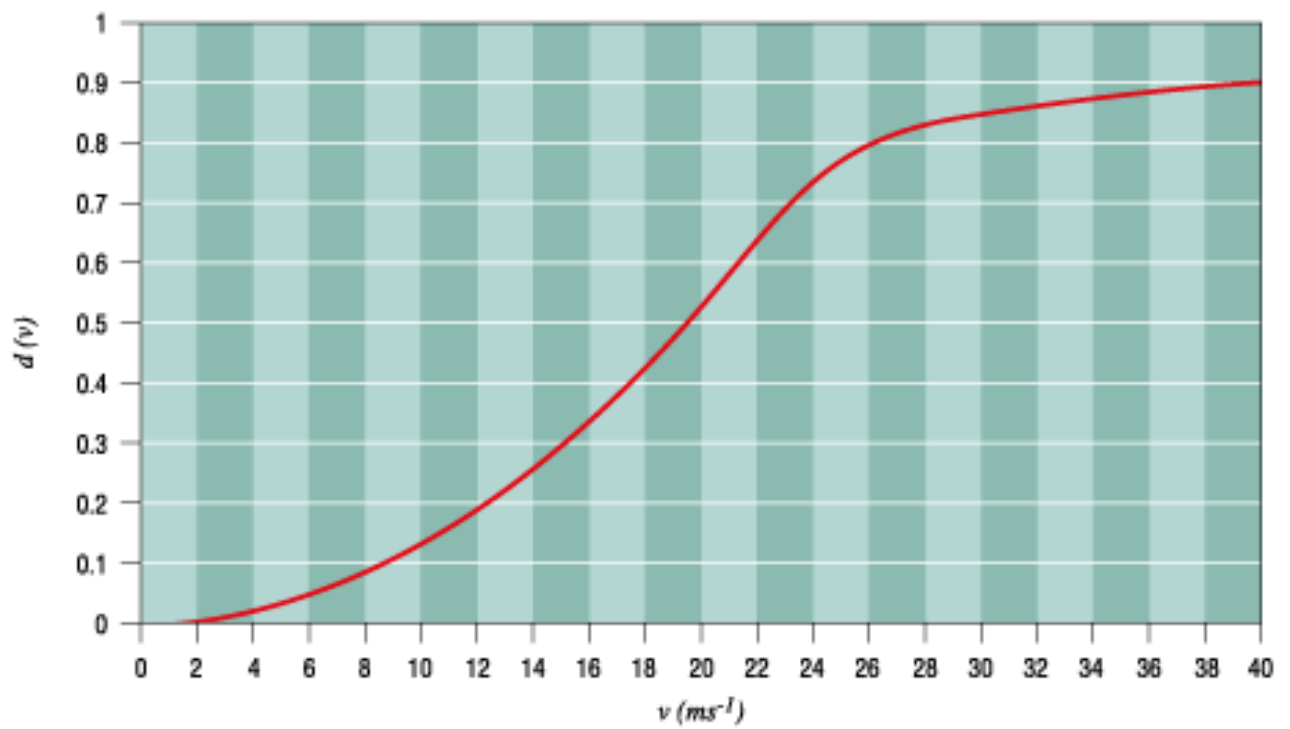


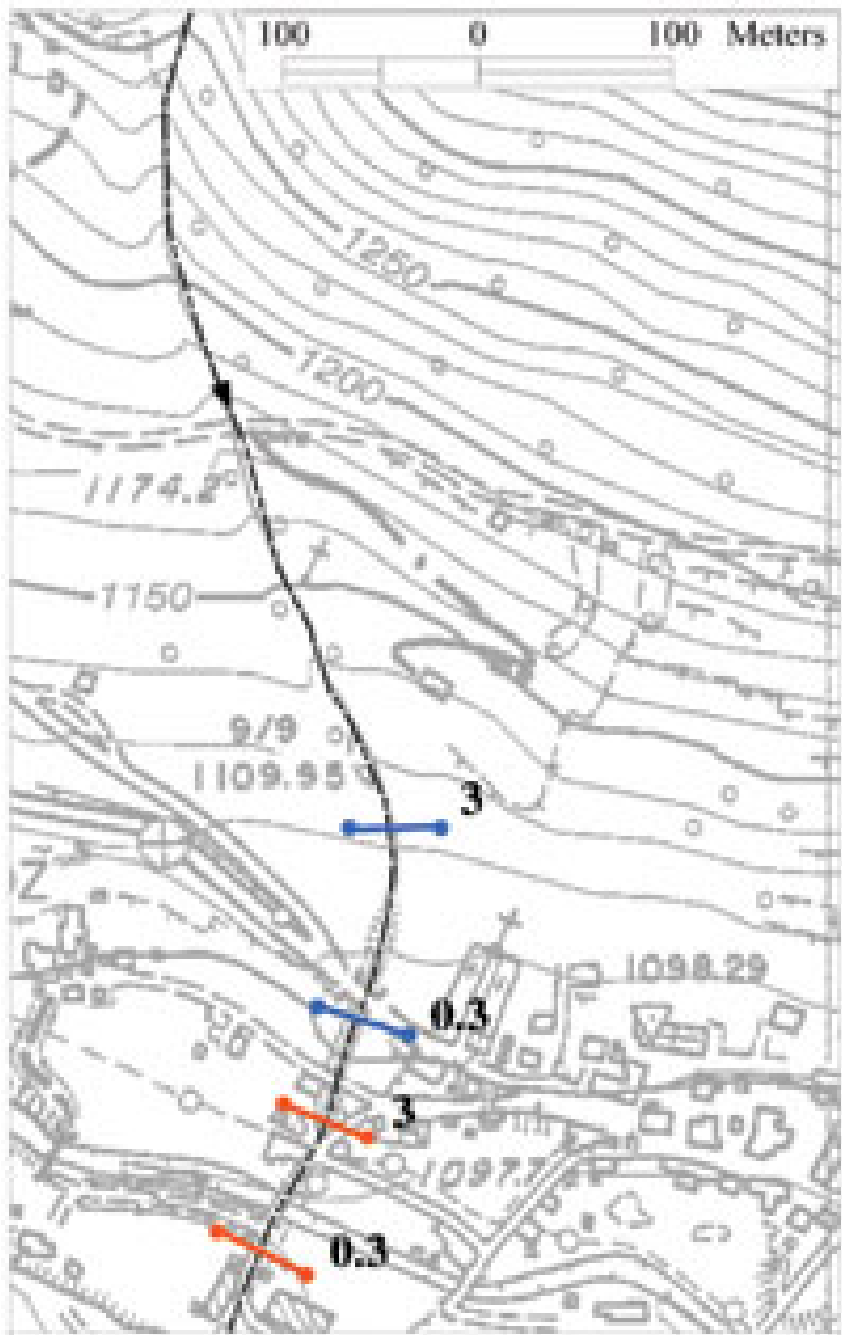
### LEGENDA

- |   |                                     |   |       |
|---|-------------------------------------|---|-------|
|  | T=30                                |  | T=100 |
|  | T=50                                |  | T=300 |
|  | Direzione principale di scorrimento |   |       |






## Curva di vulnerabilità proposta da Jónasson et al. 1999





**LEGENDA**

-  Livelli di rischio (x 0.0001) dopo la realizzazione delle opere di difesa nella zona di distacco
-  Livelli di rischio (x 0.0001) senza le opere di difesa
-  Direzione principale di espansione della valanga



## 5. CONCLUSIONI

La metodologia proposta per stimare la probabilità annua che una valanga raggiunga o superi un qualsiasi punto della zona di arresto ha il vantaggio, rispetto ad approcci basati sull'analisi statistica dei dati storici (quali quello proposto in Barbolini e Cappabianca, 2002), di consentire il calcolo della probabilità anche in aree prive di documentazione storica; l'utilizzo di modelli di dinamica consente inoltre di valutare adeguatamente la variazione dell'esposizione al pericolo a seguito di interventi di bonifica sia nella zona di distacco che nella zona di arresto (con riferimento al nuovo scenario, infatti, gli eventi storici non potrebbero più essere utilizzati per effettuare una statistica sul sito).

L'approccio descritto nel presente lavoro ha anche il pregio di fornire un impianto metodologico appropriato alla quantificazione dei livelli di rischio. Come mostrato nella applicazione pratica, sono possibili valutazioni di rischio con riferimento a differenti scenari di calcolo, con la possibilità di affrontare il problema della messa in sicurezza di un sito in un'ottica "costi-benefici".

Allo stato attuale il limite principale della metodologia proposta per il calcolo del rischio risiede nelle incertezze relative alla funzione di vulnerabilità. La relazione  $d(v)$  utilizzata nel presente lavoro (equazione 4), ricavata da Jónasson et al. (1999), fa riferimento alle tipiche costruzioni islandesi, con strutture abbastanza deboli prevalentemente in legno e larghe finestre poste sul lato di monte, ed è probabile comporti stime del rischio non realistiche in rapporto alle costruzioni tipiche dei paesi alpini. Ricerche in proposito con riferimento al contesto alpino sono attualmente in progresso.

### Ringraziamenti

Si ringrazia l'Ufficio Neve, Valanghe e Meteorologia della Provincia Autonoma di Trento per avere fornito tutto il materiale necessario allo svolgimento del presente lavoro (dati valanghivi, cartografie, documentazione fotografica), in particolare l'Arch. Giorgio Tecilla, l'Ing. Mauro Gaddo, l'Ing. Gianluca Fruet ed il Geom. Marco Gadotti.

Si desidera ringraziare anche il prof. Fabrizio Savi per le utili discussioni.

### Bibliografia

Barbolini, M. 1998. VARA one- and two-dimensional models. In: A Survey of computational models for snow avalanche motion. Edited by C. Harbitz. NGI Report No. 581220-1.

Barbolini, M. 1999. Dense snow avalanches: computational models, hazard mapping and related uncertainties. Tesi di Dottorato. Università di Pavia.

Barbolini, M., Gruber, U., Keyloch, C., Naaim, M. and Savi, F. 2000. Application and evaluation of statistical and hydraulic-continuum dense-snow avalanche models to five real European sites. Cold Regions Science and Technology, 31(2), 133-149.

Barbolini, M. e F. Cappabianca. 2002a. Determinazione della relazione tra distanze di arresto e tempi di ritorno delle valanghe: un nuovo metodo basato sull'analisi statistica dei dati storici. Neve e Valanghe, No. 46, pp. 12-20.

Barbolini M., Natale L. and Savi F. 2002b. Effect of Release Condition uncertainty in avalanche hazard mapping. Natural Hazard 25(3), 225-244.

Barbolini, M., Keyloch, C.J. and Savi, F. 2002c. Statistical methods for the evaluation of friction coefficients in avalanche hazard mapping. Presented at the II International Conference on Avalanche and Related Subjects, Kirovsk, Russia, September 3-7 2001. Data of Glaciological Studies, Publication n. 93, 88-99.

Barbolini, M., Cappabianca, F. e F. Savi. 2003. A new method for the estimation of avalanche exceedance probabilities. Surveys in Geophysics, in press.

Burkard, A. e Salm, B. 1992. Die bestimmung der mittleren anrissmichtigkeit do zur berechnung von fließlawinen, Internal Report of the Swiss Federal Institute for Snow and Avalanche Research, No.688, Davos, Switzerland.

Cunanne, C. 1989. Statistical distributions for flood frequency analysis. Geneva, World Metereological Organization. (Operational Hydrology Report 33.)

F.E.M.A. 1990. Fan: an alluvial flooding computer program, Washington D.C., pp. 1-37

Hopf, J. 1998. An overview of natural hazard zoning with special reference to avalanches. NGI Publication n. 203, E. Hestnes Ed., Oslo, Norway.

Jónasson, K., Sigurdson, S. e Arnalds, P. 1999. Estimation of Avalanche risk, Vedurstofu Islands n. R99001-UR01, 44 pp. Jóhannesson, T. e . Arnalds. 2001. Accidents and economic damage due to snow avalanche and landslide in Iceland. Jökull, 50, 81-94.

Kite, G. W. 1988. Frequency and risk analysis in hydrology. Water Resources Publications, n. 224, pp. 257.

Maione, U. e Moisello, U. 1993. Elementi di statistica per l'idrologia. La Goliardica Pavese Ed.

Natale, L., Nettuno, L., e Savi, F. 1994. Numerical simulation of snow dense avalanche: an hydraulic approach. Proceedings of the 24th Annual Pittsburg International Conference on modelling and simulations, Pittsburg (IASTED 1994).

Salm, B., Burkard, A. e Gubler, H. 1990. Calcul des Avalanches: Une Methode pour le Praticien avec des Exemples. SFISAR Message No 47 (Translated in French by Ancey C., 1994).

Wilhelm, C. 1998. Quantitative risk analysis for evaluation of avalanche protection projects. In Hestness, E., ed. 25 Years of Snow Avalanche Research at NGI, Voss 12--16 May 1998. Proceedings. Oslo, Norwegian Geotechnical Institute, 288-293. (NGI Publications 203.)