

Modelli per il calcolo delle valanghe

**a cura di:
Massimiliano Barbolini**

1 Introduzione

A partire dalla prima metà degli anni '50 sono state avviate, in molti paesi europei ed extraeuropei, ricerche specifiche mirate allo sviluppo di strumenti modellistici di supporto alla mappatura del pericolo di valanghe. Una rassegna estensiva in merito è stata fornita recentemente da Harbitz (1998). Allo stato attuale si riconoscono essenzialmente due possibili approcci al calcolo delle valanghe (vedi Figura 1): i modelli empirici e i modelli di dinamica (o fisico-matematici).

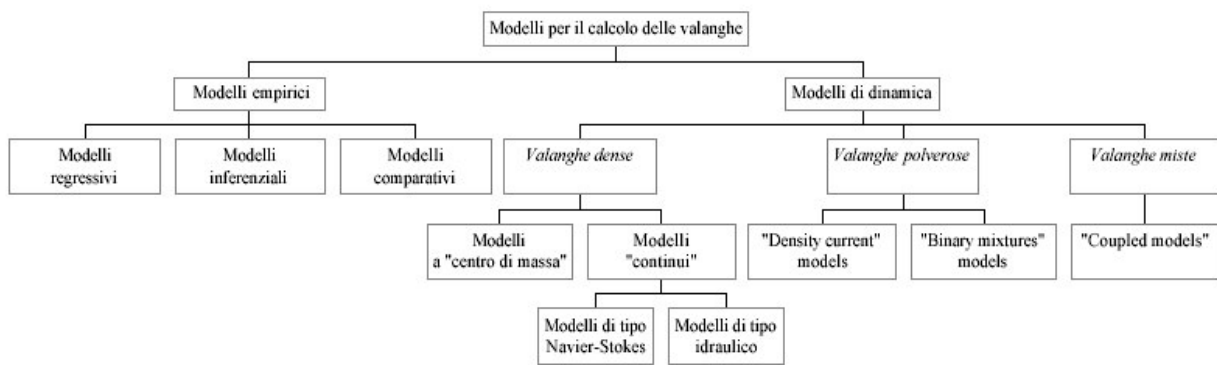


Figura 1 - Schema dei modelli per il calcolo delle valanghe

I modelli empirici (§ 2) si basano su elaborazioni statistiche di dati relativi ad eventi valanghivi storici, e prescindono dalla fisica del fenomeno; per contro, nei modelli di dinamica (§ 3) viene proposta una descrizione dei processi fisici messi in gioco da una valanga durante il suo movimento. Gli approcci di tipo empirico consentono esclusivamente la stima della distanza d'arresto di una valanga; viceversa nei modelli fisico-matematici vengono utilizzati sistemi di equazioni che consentono, almeno in linea di principio, di descrivere la dinamica del fenomeno dal distacco all'avvenuto arresto e di ottenere una caratterizzazione più completa delle proprietà fisiche del fenomeno (velocità, pressioni d'impatto, altezze di scorrimento, distribuzione del deposito, ecc.).

2 Modelli empirici

I modelli empirici possono a loro volta essere distinti in tre sotto-classi (vedi Figura 1): modelli regressivi, modelli inferenziali e modelli comparativi.

I modelli regressivi (§ 2.1) sono i primi modelli di tipo empirico sviluppati per il calcolo delle distanze di arresto delle valanghe tra la fine degli anni '70 e l'inizio degli anni '80 (Bovis e Mears, 1976; Lied e Bakkehøi, 1980). Tali modelli si basano su regressioni statistiche, in cui le massime distanze di arresto misurate su un campione di siti valanghivi ben documentati vengono messe in relazione alle caratteristiche topografiche dei siti stessi.

I modelli inferenziali si basano sull'adattamento di leggi di distribuzione di probabilità a campioni di distanze di arresto. Storicamente tali modelli sono stati sviluppati a scala regionale (McClung e Lied, 1987), ovvero i dati di massima distanza di arresto relativi a numerosi siti, una volta opportunamente scalati (mediante il cosiddetto "rapporto di arresto", vedi § 2.2), vengono raggruppati in un unico campione ed adattati con una opportuna legge di ripartizione (la legge di Gumbel ha generalmente mostrato un buon adattamento ai campioni di distanze di arresto estreme, come discusso da McClung *et al.*, 1989). In tal modo è possibile valutare, su un dato sito, la probabilità che un evento estremo raggiunga una certa distanza di arresto. Più recentemente è stata proposta un'analisi inferenziale dei dati storici di distanza di arresto di tipo puntuale, ovvero effettuata alla scala del singolo sito (Barbolini e Cappabianca, 2002). In questo caso non ci si limita più al solo evento massimale, ma si considera un campione di eventi storici registrati con sistematicità sul sito in un certo intervallo di tempo; questo tipo di analisi consente di caratterizzare per il sito in esame il legame tra distanza di arresto e tempo di ritorno (vedi § 2.3).

A titolo di completezza si deve anche citare il metodo comparativo proposto da Bakkehøi e Norem (1993). La stima della massima distanza di arresto raggiungibile da una valanga in un determinato sito è valutata in

questo caso mediante una metodologia di tipo "nearest neighbours" (Buser, 1983), in particolare come media delle distanze di arresto estreme relative a siti valanghivi che mostrano somiglianza (topografica) con il sito in esame.

2.1 Modelli regressivi

I modelli empirici di tipo regressivo, originariamente sviluppati dai ricercatori del *Norwegian Geotechnical Institute* (NGI) e per tale ragione comunemente denominati "modelli statistico-topografici norvegesi", si basano sulla determinazione di relazioni regressive che consentono di stimare la massima distanza di arresto raggiungibile da un evento valanghivo in un determinato sito sulla base esclusiva di parametri topografici del sito stesso.

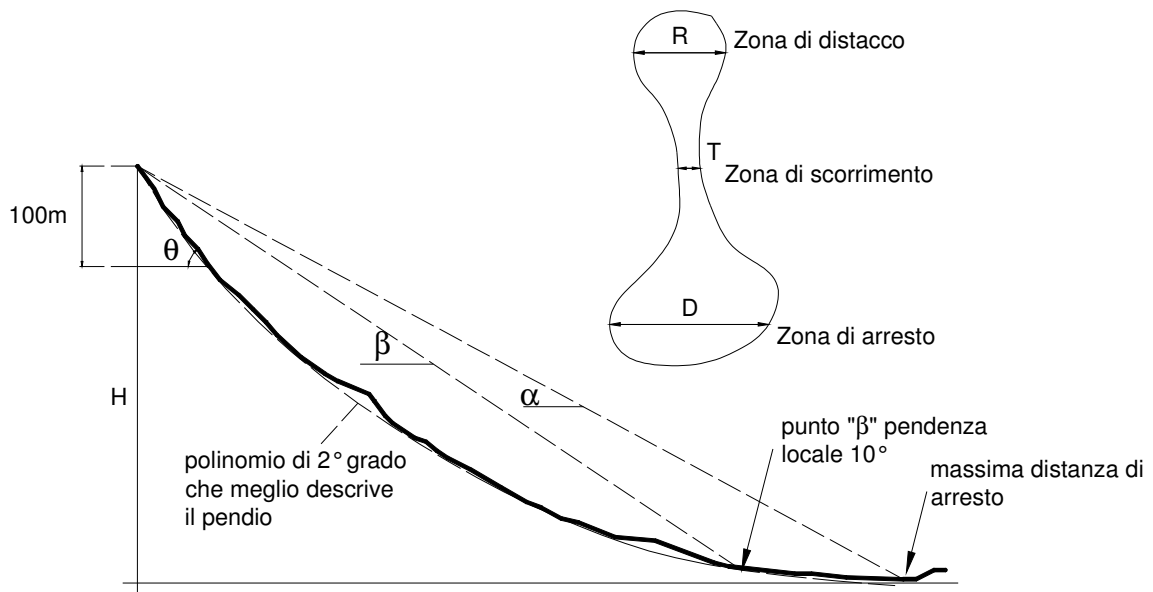


Figura 2 - Parametri topografici utilizzati nel modello statistico-topografico norvegese

Analizzando più di 200 siti valanghivi norvegesi, per i quali erano note le massime distanze di arresto delle valanghe su intervalli di tempo variabili da 100 a 300 anni, i ricercatori dell'NGI hanno studiato la possibilità di esprimere la massima distanza di arresto (definita mediante l'angolo α di

Figura 2) in funzione dei principali parametri topografici del sito, tra i quali (vedi Figura 2):

- θ , inclinazione media della zona di distacco (espressa in gradi sessagesimali), misurata sui primi cento metri di dislivello a partire dal punto più alto di distacco;
- β , pendenza media della "zona attiva" (espressa in gradi sessagesimali), ovvero della zona che si estende dal punto più alto di distacco al punto in cui inizia la zona di arresto (denominato "punto β "), quest'ultimo definito come il punto lungo il pendio in cui si registra una pendenza locale rispetto all'orizzontale pari a 10° , e valori inferiori a valle;
- H , dislivello totale del sito, dal punto più alto di distacco al punto più a valle di arresto;
- R , larghezza massima della zona di distacco;
- T , larghezza minima della zona di scorrimento;
- D , larghezza massima della zona di arresto;
- y'' , grado di concavità del profilo longitudinale del pendio, descritto dalla derivata seconda del polinomio di secondo grado che meglio descrive il profilo longitudinale del pendio.

La ricerca di un modello regressivo ad una sola variabile fece emergere quale migliore predittore di α il parametro β , mediante una regressione lineare del tipo: $\alpha = A\beta + B$, con A e B coefficienti di regressione (da cui la denominazione di modello " α/β " spesso utilizzata). Nel corso degli anni furono proposte numerose modifiche e migliorie al modello originario. Studi successivi condotti in diverse regioni montane europee ed extra-europee confermarono sia l'opportunità di utilizzare variabili topografiche quali predittori delle distanze di arresto per le valanghe estreme sia l'importanza dominante del parametro β nella stima di α . Una sintesi dei risultati di tali studi è fornita in Tabella 1, in cui sono presentate le migliori relazioni predittive ricavate in differenti aree di studio. Esempi di applicazione del modello " α/β " a differenti zone alpine italiane si possono trovare in Barsanti (1990), Castaldini (1994) e Fellini (1999).

Regioni montuose (Riferimenti)	No. di valanghe	Ipotesi	Equazioni regressive	Accuratezza	
				DS (°)	R ² (-)
Norvegia (Bakkehoi et al., 1983)	206	Tutte le valanghe	$\alpha=0,96\beta-1.4$ $\alpha=0.92\beta-7.9*10^{-4}H+$ $+0.024Hy''\theta+0,04$	2,3 2,28	0,85 0,85
	20	H >900(m) $\beta \leq 30^\circ$	$\alpha=0.94\beta+0.035\theta-2.6$	1.02	0,81
Italia Bacino del Cordevole (Barsanti, 1990)	53	Tutte le valanghe	$\alpha=0.89\beta+0,66$ $\alpha=0.89\beta-0.62H\beta y''+$ $+27.36Hy''-2.6$	1,62 1,31	0,73 0,82
	Canada (McClung&Mears, 1991)	126	Tutte le valanghe	$\alpha=0.93\beta$	-
Alaska (McClung&Mears, 1991)	52	Tutte le valanghe	$\alpha=0.74\beta+3.67$ ($\alpha=0.86\beta$)	-	0,58
Sierra Nevada (McClung&Mears, 1991)	90	Tutte le valanghe	$\alpha=0.67\beta+2.5$ ($\alpha=0.76\beta$)	-	0,6
Colorado (McClung&Mears, 1991)	130	Tutte le valanghe	$\alpha=0.63\beta+4.68$ ($\alpha=0.8\beta$)	-	0,5
	66	Tutte le valanghe	$\alpha=0,5\beta+0,35\theta-1.01$	3.8	0.63
Giappone (Fujisawa et. Al., 1993)	18	Non investono abitazioni L > 100m	$\alpha=0.92\beta+490.4y''-1.49$	-	0.98
Italia Val di Rabbi (Castaldini, 1994)	54	Tutte le valanghe	$\alpha=0.87\beta+1,71$ $\alpha=0,94\beta-0,36H\beta y''+4,36\theta\beta y''+$ $+6,89*10^{-5}H\beta-1,77$	1,86 1,45	0,85 0,91
	80	Tutte le valanghe	$\alpha=0.946\beta-0.83$ $\alpha=0,97\beta-0,6 \cdot 10^{-6} Hy''\theta -0,032 y''-$ $0,07\theta+1,54$	1,5 1,3	0,92 0,94
Austria (Lied et. al., 1995)		$\beta < 25^\circ$	$\alpha=1,14\beta-4.66$	0,87	0,77
Francia (Adjel, 1995)	168	Tutte le valanghe	$\alpha=0.82\beta+2.82$	2.69	0,66
Islanda (Johannesson, 1998)	45	Tutte le valanghe	$\alpha=0.85\beta$	2,3	0,71
Pirenei Catalani (Furdada et al., 1998)	216	Tutte le valanghe	$\alpha=0.97\beta-1.2$	1.74	0,87
	64	Profili parabolici	$\alpha=0.86\beta+1.05$	1.98	0.75
Valtellina (Fellini, 1999)	94	Tutte le valanghe	$\alpha=0.943 \beta$	1.4	0,92
	17	Valle di Livigno	$\alpha=0.882 \beta$	1.93	0.88

Tabella 1 - Sintesi dei modelli regressivi (a una o più variabili) proposti da differenti autori per differenti regioni montuose (DS e R indicano rispettivamente deviazione standard e coefficiente di regressione)

2.2 Modelli inferenziali: il modello del "rapporto di arresto"

Un modello di tipo empirico che usa un approccio alternativo a quello utilizzato nei modelli regressivi (§ 2.1) è il modello "del rapporto d'arresto", proposto originariamente da McClung e Lied (1987) e rivisitato successivamente da McClung *et al.* (1989) e McClung e Mears (1991). Questo metodo si basa su una modalità di raccolta e misura dei dati valanghivi analoga a quella adottata nel modello " $\alpha\beta$ "; viene però introdotto un nuovo parametro topografico (adimensionale) per descrivere le distanze

di arresto estreme, il “rapporto d’arresto” (RR), ed una differente modalità di analisi dei dati rispetto ai modelli regressivi.

Introdotti i parametri δ , X_β e ΔX , che esprimono rispettivamente l’inclinazione media della zona d’arresto e gli sviluppi orizzontali della zona attiva e della zona d’arresto del sito (vedi Figura 3), il rapporto d’arresto è definito nel seguente modo:

$$RR = \frac{\Delta X}{X_\beta} = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{\tan \alpha - \tan \delta} \quad (1)$$

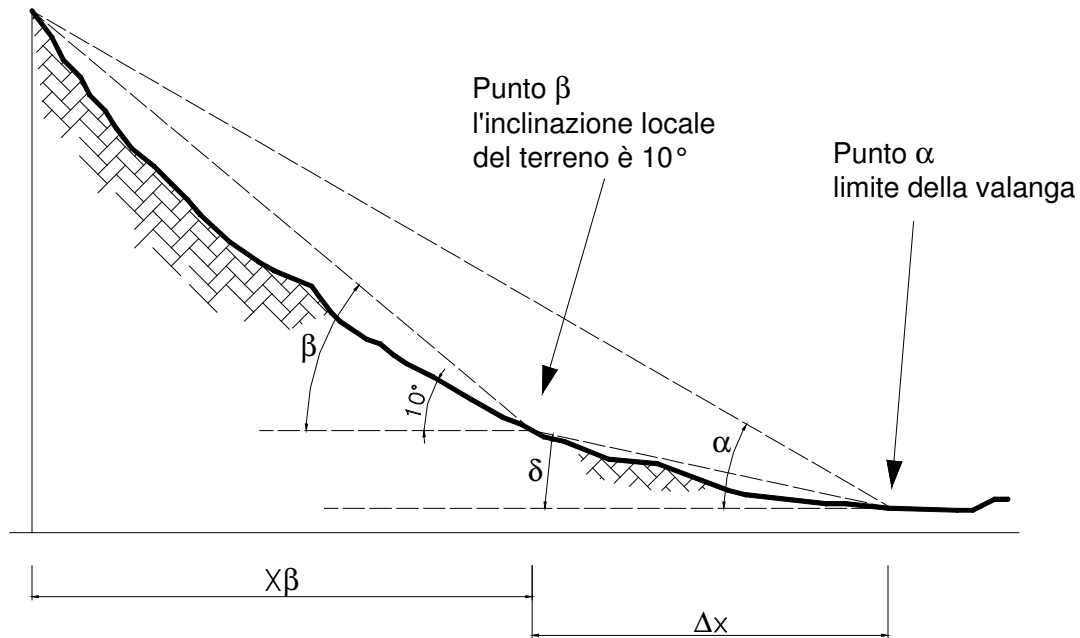


Figura 3 - Parametri topografici utilizzati per la definizione del rapporto di arresto

L'analisi di campioni di dati relativi a differenti aree geografiche ha mostrato che il rapporto di arresto risulta essere una variabile casuale statisticamente indipendente dalle altre variabili topografiche relative al sito valanghivo (a differenza del parametro α), e che la distribuzione asintotica del massimo valore (o distribuzione “di Gumbel”) garantisce in generale un buon adattamento a popolazioni di dati relative a diverse regioni montuose. Definita con P la probabilità di non superamento, ovvero la probabilità che la

variabile casuale (nel nostro caso il rapporto di arresto RR) assuma un valore non superiore ad una fissata soglia, la legge di distribuzione di probabilità dei rapporti di arresto risulta esprimibile nel seguente modo:

$$P(RR) = \exp\{-\exp[-a(RR - u)]\} \quad (2)$$

dove con u e a si sono indicati i parametri rispettivamente di posizione e scala caratteristici della Legge di Gumbel, ottenibili dai valori campionari dei momenti (media \overline{RR} e deviazione standard $s[RR]$), mediante le relazioni:

$$a = \frac{1,2825}{s[RR]} \quad (3)$$

$$u = \overline{RR} - 0,45 \cdot s[RR] \quad (4)$$

Con semplici trasformazioni si può ottenere la relazione tra il valore del rapporto di arresto con determinata probabilità di non superamento e la media e deviazione standard del campione:

$$RR(P) = \overline{RR} - s[RR] \cdot \{0,45 + 0,7797 \ln[-\ln(P)]\} \quad (5)$$

Fissato un valore di P , determinato in base al rischio accettabile, risulta immediato ricavare dalla (5) il corrispondente valore del rapporto d'arresto; da questo, noto X_β per un fissato sito, è possibile ricavare mediante la (1) $\Delta X(P)$, ovvero stimare la distanza d'arresto estrema sul sito in esame per fissati valori di probabilità cumulata.

Applicazioni di questo metodo in differenti ambiti geografici hanno evidenziato che i valori assunti dai parametri u e a variano al variare della regione montuosa da cui vengono rilevati i dati per lo sviluppo del modello. Esempi di applicazione del modello del rapporto d'arresto ed un'analisi comparativa dei relativi vantaggi/svantaggi rispetto all'approccio di tipo regressivo (§ 2.1) sono forniti in Jahannesson (1998) e McClung (2001).

2.3 Modelli inferenziali: analisi statistica "sito-specifica" dei dati storici

Uno dei principali limiti dei modelli sia di tipo regressivo (§ 2.1) che del "rapporto di arresto" (§ 2.2) è che di fatto essi forniscono relazioni predittive che consentono di stimare esclusivamente la massima distanza di arresto raggiungibile da una valanga su di un dato sito (indicativamente quella relativa ad un evento centennale); tali modelli non consentono invece di determinare un vero e proprio legame sito-specifico tra distanza di arresto e tempo di ritorno delle valanghe. A tal proposito è stata proposta recentemente un'analisi di tipo inferenziale dei dati storici di distanza di arresto alla scala del singolo sito in cui non ci si limita più al solo evento massimale, ma si considera un campione di eventi storici registrati sistematicamente sul sito in un certo intervallo di tempo (Barbolini e Cappabianca, 2002). Poiché i dati valanghivi non sono dei massimi annuali (è possibile infatti che in alcuni anni non si verifichino valanghe, così come che se ne verifichino più di una) al fine di trovare un legame sito-specifico tra distanza di arresto e tempi di ritorno non è possibile adottare un'analisi statistica basata sui massimi annui (ovvero di tipo AM) ma è necessario fare ricorso all'analisi statistica delle serie di durata parziale (ovvero al metodo delle eccedenze o metodo di tipo PD). Nel seguito viene brevemente descritta la metodologia di analisi.

Si consideri un sito valangivo per il quale siano stati raccolti un certo numero di dati relativi a distanze di arresto di eventi del passato (tali informazioni possono essere desunte da varie fonti, quali ad esempio Report CLPV, Modelli 7 Aineva, schede forestali, archivi di varia natura, testimonianze, documentazione fotografica, ecc.). Le distanze di arresto siano espresse attraverso un parametro che sia funzione monotona della distanza percorsa dalla valanga, come ad esempio la proiezione orizzontale della distanza complessiva percorsa dalla valanga a partire dal punto più alto di distacco (indicata con x_i in Figura 4). Fissato un valore di soglia per le distanze di arresto (quale ad esempio la distanza che corrisponde all'entrata nella zona di conoide o più in generale all'entrata nella zona di arresto, indicata con x_0 in Figura 4), si consideri il numero m di eccedenze, ovvero di

eventi valanghivi che si arrestano a valle di tale soglia. Indicato con M il numero degli anni cui le osservazioni si riferiscono, il valore medio del numero di superamenti per anno (tasso di eccedenza) risulta:

$$\lambda = \frac{m}{M} \quad (6)$$

E' importante precisare che la condizione necessaria all'applicazione del metodo è che la serie di eccedenze così definita risulti registrata con "sistematicità", ovvero che si abbia la garanzia che nell'intervallo di tempo considerato (M anni) tutti gli eventi valanghivi arrestatisi a valle della soglia fissata siano stati registrati.

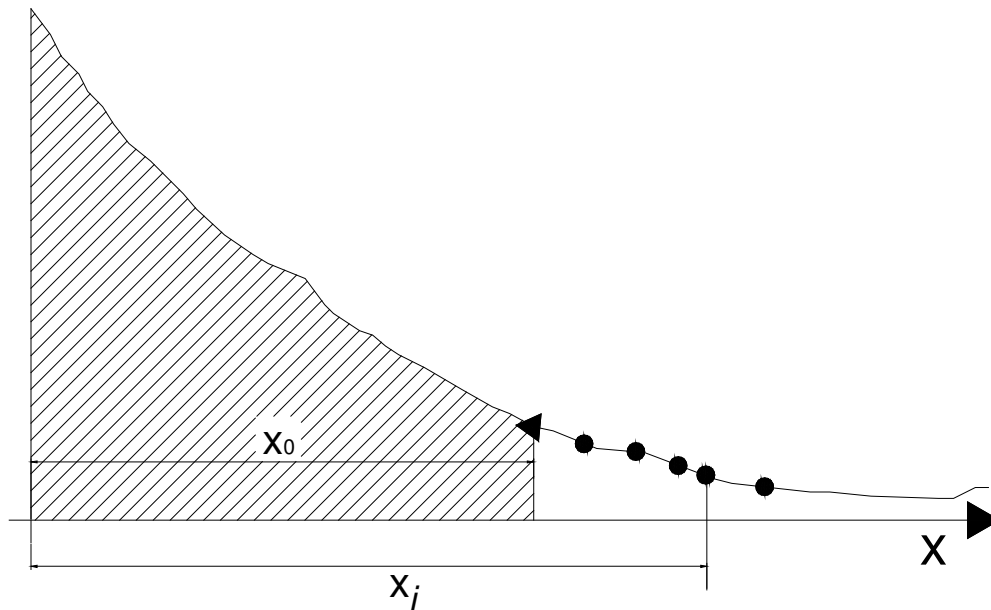


Figura 4 - Schema per l'applicazione del metodo delle eccedenze ai dati di distanza di arresto; x_j indica la distanza percorsa dalla valanga a partire dal punto più alto di distacco.

La distanza di arresto di un evento valanghivo che superi la soglia fissata è una variabile casuale, con funzione di probabilità cumulata $P_e(x)$. La distanza di arresto x verrà superata, in media, una volta ogni t eventi, avendo posto:

$$t(x) = \frac{1}{1 - P_e(x)} \quad (7)$$

Poiché si contano mediamente λ superamenti per anno, con buona approssimazione il valore x risulta superato, sempre in media, una volta ogni T anni, con:

$$T(x) = \frac{t(x)}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{1 - P_e(x)} \quad (8)$$

dove t è il tempo di ritorno del valore x della distanza di arresto espresso in numero di eccedenze, mentre T è il tempo di ritorno espresso in anni.

La relazione (8) consente, almeno in linea di principio, di associare per un determinato sito valanghivo ad ogni valore di distanza di arresto un determinato tempo di ritorno (e viceversa), e richiede:

- che sia stimato per il sito in esame il numero di eccedenze medio annuo (λ);
- che sia individuata la legge di distribuzione di probabilità $P_e(x)$ secondo la quale sono distribuite le distanze di arresto degli eventi valanghivi che superano la soglia prefissata (eccedenze). A tal proposito sarebbe opportuno adottare una legge limitata inferiormente (molto spesso si usa la legge esponenziale), anche se può essere utilizzata una qualunque legge che si adatti bene alle osservazioni, soprattutto nel campo delle maggiori distanze di arresto, che sono quelle di maggior interesse.

La stima di λ e di $P_e(x)$ per essere effettuata in maniera sufficientemente accurata su di un determinato sito richiede un campione di dati significativo, ovvero la conoscenza di un buon numero di eventi storici registrati in maniera sistematica.

Rappresentando i dati di distanza di arresto (x_i in Figura 4) mediante un diagramma a istogrammi (vedi Figura 5) è possibile effettuare una caratterizzazione di prima approssimazione della periodicità con cui, sul sito in esame, si può manifestare un evento di determinata "magnitudo", intesa come distanza di arresto raggiunta dalla valanga. Il tempo di ritorno di un evento di data magnitudo (x^* , in Figura 5 pari a 2600 metri) è per definizione l'intervallo di tempo medio in cui tale accadimento si ripete, e può essere pertanto semplicemente calcolato come:

$$T(x^*) = \frac{\sum \tau_i}{n} \quad (9)$$

dove τ_i indica l'estensione temporale dell'intervallo di tempo che intercorre tra due accadimenti successivi di uguale magnitudo (nel caso di Figura 5 $\tau_1=15$ anni, $\tau_2=56$ anni e $\tau_3=13$ anni), mentre n indica il numero di intervalli disponibili (pari a tre nel caso di Figura 5). Chiaramente a differenza della relazione (8), che consente di estrapolare la stima delle periodicità anche in zone non documentate storicamente, la relazione (9) consente di stimare la periodicità solo per eventi conosciuti.

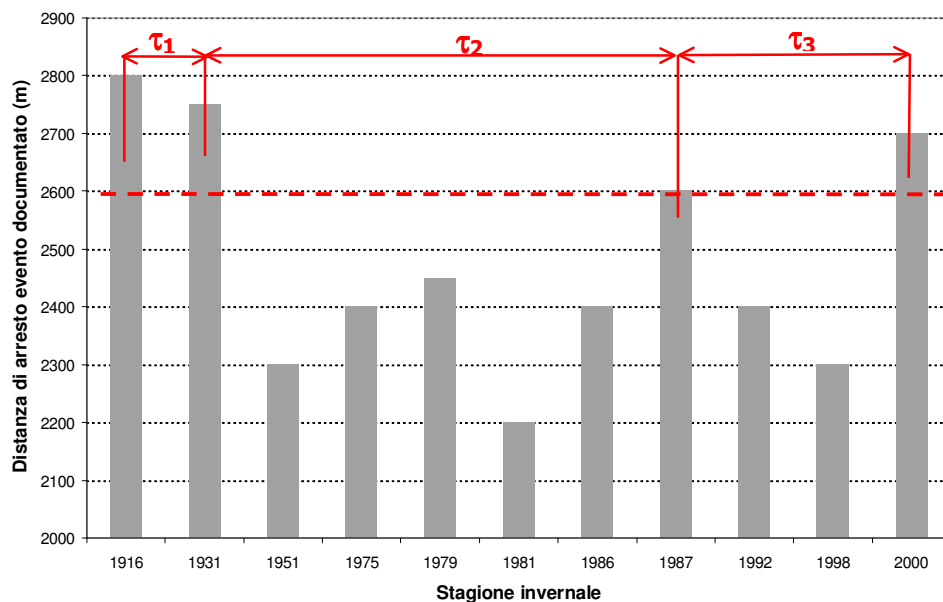


Figura 5 - Schema per il calcolo del tempo di ritorno di eventi di data "magnitudo"

3 Modelli di dinamica

I modelli fisico-matematici del fenomeno valanghivo si distinguono in base alla tipologia di valanga che si desidera modellare (vedi Figura 1). Per lo studio delle *valanghe di neve densa*, maggiormente rilevanti ai fini della mappatura del pericolo in quanto più frequenti e dannose rispetto a quelle di neve polverosa (almeno sull'arco alpino italiano), i modelli di dinamica si suddividono essenzialmente in due classi, basate su differenti approcci modellistici (Figura 1): i modelli "a centro di massa" (§ 3.1) e i modelli di tipo "continuo" (§ 3.2).

Per lo studio delle *valanghe polverose*, classe di scorrimenti nevosi di minore interesse pratico, si utilizzano approcci ed equazioni differenti rispetto a quelli adottati per le valanghe dense. In letteratura si distinguono i cosiddetti "density current models", modelli monofase analoghi a quelli utilizzati per descrivere le correnti di torbidità sottomarine e i cosiddetti "binary mixture models", modelli bifase in cui la dinamica delle fase solida e quella della parte aeriforme vengono descritte separatamente mediante le rispettive equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto; un approccio intermedio tra i due è quello di utilizzare bilanci di massa separati per le due fasi (solida e areiforme), ma un solo bilancio della quantità di moto per il miscuglio (il modello AVAL1D - Christen *et al.*, 2002 - recentemente commercializzato dall'Istituto Svizzero per lo Studio della Neve e delle Valanghe di Davos (CH) contiene un modulo per il calcolo delle valanghe polverose basato su quest'ultimo approccio modellistico). Per esaustive informazioni sulla modellazione delle valanghe polverose si rimanda a Hopfinger (1983), Tesche (1986), Brørs (1991), Hermann e Hutter (1991), Hutter (1996) e Harbitz (1998).

Modelli per la descrizione delle *valanghe miste* (generalmente chiamati "coupled models") sono stati proposti solo in tempi molto recenti (Naaim, 1999; Bartelt *et al.*, 2000). Tali modelli sono in fase di sviluppo e non risultano allo stato attuale sufficientemente affidabili per un utilizzo in campo ingegneristico.

3.1 Modelli "a centro di massa"

Questo tipo di modellazione ha rappresentato cronologicamente il primo tentativo di effettuare una descrizione in termini matematici della dinamica di una valanga. Alla base dei modelli a centro di massa (o di tipo puntuale) vi è l'ipotesi di poter analizzare la dinamica di una valanga attraverso lo studio del moto del suo baricentro lungo una traiettoria predefinita, rappresentata dal profilo longitudinale del pendio. L'unico grado di libertà è pertanto rappresentato dall'ascissa curvilinea che definisce in ogni istante la posizione del baricentro lungo una traiettoria nota a priori.

L'equazione a cui fanno riferimento questi modelli è la legge di conservazione della quantità di moto:

$$F_{ext}(t) = \frac{d}{dt}[M(t)V(t)] = V(t)\frac{dM(t)}{dt} + M(t)\frac{dV(t)}{dt} \quad (10)$$

dove: $M(t)$ indica la massa complessiva della valanga ad ogni istante,
 $V(t)$ è la velocità istantanea del baricentro della massa nevosa,
 $F_{ext}(t)$ è la risultante delle forze esterne agenti sulla valanga.

Nell'ipotesi di massa della valanga costante ($M(t)=M=cost$), la (10) si riduce alla legge fondamentale della dinamica:

$$F_{ext}(t) = M \cdot a(t) \quad (11)$$

dove con $a(t)$ si è indicata l'accelerazione istantanea del baricentro.

Tra i modelli "a centro di massa" si distinguono il modello PCM (Perla *et al.*, 1980) ed il modello di "Voellmy" (Voellmy, 1955), quest'ultimo utilizzato per molti anni come base tecnica per la perimetrazione delle aree a rischio di valanga in Svizzera (Salm *et al.*, 1990), ed ampiamente adottato per i calcoli tecnici delle valanghe anche in Italia. Tali modelli, sinteticamente descritti nei due paragrafi successivi, risultano di semplice utilizzo e possono essere facilmente implementati in fogli di calcolo elettronici (quali ad esempio *Excel*); ciò da ragione del loro ampio utilizzo in ambito ingegneristico.

3.1.1 Il modello PCM

Il modello PCM (Perla *et al.*, 1980) può essere utilizzato per calcolare la velocità della valanga lungo il profilo longitudinale del pendio e la distanza di arresto. Il modello si basa sull'equazione di conservazione della quantità di moto (10), in cui però le derivate temporali vengono trasformate in derivate spaziali, mediante la trasformazione:

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = V(t) \cdot \frac{d}{ds} \quad (12)$$

dove con s si è indicata l'ascissa curvilinea (ovvero la distanza misurata lungo il pendio). Utilizzando la trasformazione (12) ed esprimendo le forze esterne agenti sulla valanga come differenza tra la componente della forza peso nella direzione del moto e le resistenze al moto (R):

$$F_{ext} = Mg \sin \theta - R = Mg \sin \theta - [Mg \cos \theta \cdot \mu + k \cdot V^2] \quad (13)$$

(dove con θ si è indicata la pendenza locale del pendio, con μ il coefficiente di attrito Coulombiano e con k il coefficiente di attrito turbolento), la (B.10) può essere scritta come:

$$\frac{1}{2} \frac{dV^2}{ds} = g(\sin \theta - \mu \cos \theta) - \left(\frac{D}{M} \right) V^2 \quad (14)$$

con $D = (k + dM/ds)$. M/D è un parametro caratteristico del modello definito dagli autori "mass to drag ratio". L'altezza e l'estensione laterale del flusso non vengono calcolate dal modello ma devono essere stimate sulla base delle osservazioni sul campo o dei dati storici disponibili.

Nell'applicazione del modello il profilo longitudinale del pendio deve essere suddiviso in segmenti rettilinei, in numero tale da poter considerare θ approssimativamente costante all'interno di ogni tratto. In questo modo l'intero profilo risulta generalmente suddiviso in 5-20 segmenti, in dipendenza

della lunghezza e della complessità del sito. Definita con V_i^A la velocità all'inizio del segmento i-esimo (di lunghezza L_i , vedi Figura 6), la velocità V_i^B alla fine del medesimo segmento è ottenibile mediante la relazione:

$$V_i^B = \left[\alpha_i \left(\frac{M}{D} \right)_i (1 - \exp \beta_i) + (V_i^A) \exp \beta_i \right]^{0.5} \quad (15)$$

dove: $\alpha_i = g(\sin \theta_i - \mu_i \cos \theta_i)$

$$\beta_i = -\frac{2L_i}{(M/D)_i}$$

La velocità V_i^B alla fine di ogni segmento è utilizzata per calcolare velocità iniziale V_{i+1}^A del segmento successivo. V_i^B non può sempre essere sostituita direttamente a V_{i+1}^A poiché alcune volte (ovvero nel caso in cui $\theta_i > \theta_{i+1}$) è necessario introdurre la seguente correzione:

$$V_{i+1}^A = V_i^B \cos(\theta_i - \theta_{i+1}) \quad (16)$$

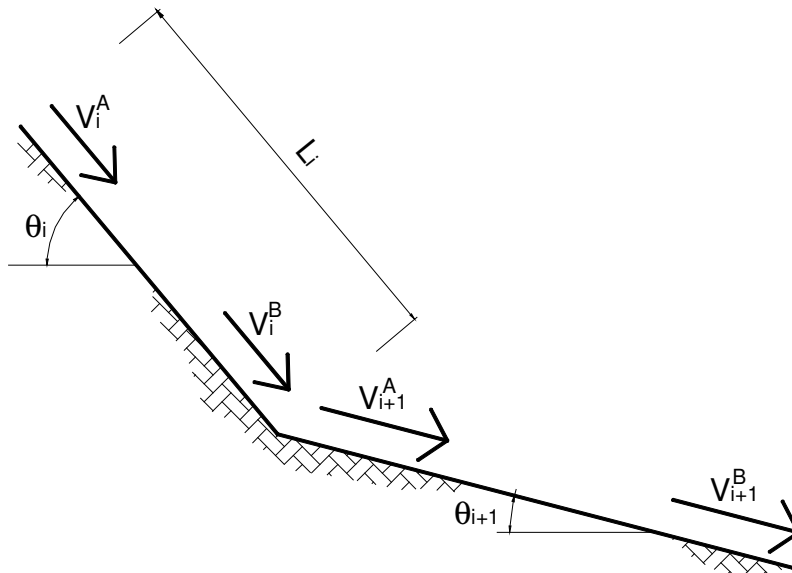


Figura 6 - Variazione di pendenza e velocità tra due segmenti di calcolo successivi

Il calcolo è ripetuto sino a quando il centro di massa si arresta prima della fine del segmento *i-esimo* (cioè V_i^B calcolata con la 15 risulta negativa). In tal caso la distanza d'arresto, calcolata dall'inizio del segmento *i-esimo*, è pari a:

$$S = \left[\frac{(M/D)_i}{2} \right] \ln \left[1 - \frac{(V_i^A)^2}{\alpha_i (M/D)_i} \right] \quad (17)$$

Gli autori del modello (Perla *et al.*, 1980) propongono i seguenti campi di variabilità per i valori dei parametri resistivi caratteristici del modello:

$$\begin{aligned} 0,1 \leq \mu \leq 0,5 \\ 10^2 \leq M/D \leq 10^4 \end{aligned} \quad (18)$$

L'applicazione del modello deve comunque essere preceduta da una fase di taratura dello stesso sul sito in analisi. Esempi di taratura del modello in differenti regioni montane sono forniti da McClung e Schaerer (1983), Bakkehøi *et al.* (1981) e Jonasson *et al.* (1999).

3.1.2 Il modello di Voellmy

L'ipotesi alla base del modello di Voellmy è quella di ritenere che il moto di una valanga nella zona di scorrimento abbia caratteristiche analoghe a quelle delle correnti idrauliche stazionarie a pelo libero. La valanga è quindi assimilata, limitatamente alla zona di scorrimento, ad un fluido incomprimibile, infinitamente esteso, in condizioni di moto stazionario. Nel modello di Voellmy la geometria reale del pendio viene fortemente semplificata, attraverso due tratti a pendenza costante rappresentativi rispettivamente della zona di scorrimento e della zona di arresto (Figura 7).

Alla suddivisione del pendio in due tratti distinti corrisponde anche una descrizione "ibrida" del fenomeno. In particolare mentre nella parte superiore del percorso (zona di scorrimento) si utilizza un approccio di tipo fluidodinamico al fine di valutare la velocità massima raggiunta dalla valanga,

nella parte inferiore (zona di arresto) la determinazione della distanza necessaria alla valanga per arrestarsi è ottenuta ritenendo il suo moto assimilabile a quello di un corpo rigido.

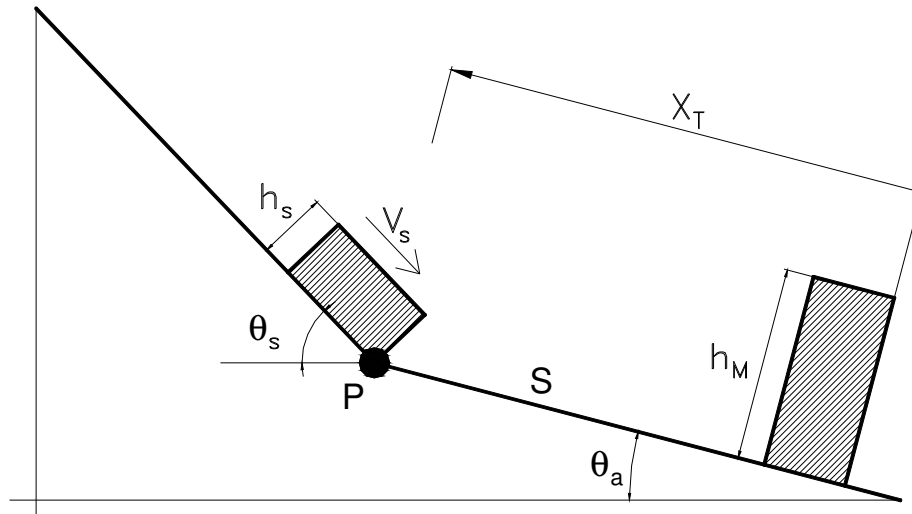


Figura 7 - Altezze, velocità e pendenze caratteristiche del modello di Voellmy (il punto P, che divide zona di scorrimento e zona di arresto è usualmente definito dalla relazione: $\text{tg}\theta(P) = \mu$)

Nella zona di scorrimento il modello ipotizza che la valanga, dopo un “breve” transitorio accelerativo iniziale, raggiunga una condizione di moto a regime caratterizzata da una velocità limite (si deve notare che tra le varie ipotesi del modello c'è anche quella di ritenere i transitori brevi, e quindi di ammettere che la valanga sia in grado di pervenire ad una condizione di moto a regime dopo avere percorso ridotte distanze). In queste particolari condizioni di moto a cui conducono le ipotesi del modello, il bilancio di quantità di moto si traduce in una condizione di equilibrio tra la le forze in gioco (equazione 11 con $a(t)=0$) e, con riferimento ad una colonnina di fluido di area unitaria, può essere scritto come:

$$f_D = \rho g h_s \sin \theta_s = f_R \quad (19)$$

dove con f_D si è indicata la componente del peso della colonnina in direzione parallela al pendio (h_s è l'altezza di scorrimento della valanga, ρ la densità

della valanga e θ_s la pendenza media della zona di scorrimento) e con f_R l'insieme degli effetti resistivi al fondo. Per la descrizione di questi ultimi Voellmy adottò la *formula di Chezy* corretta con l'aggiunta di una componente resistiva di tipo coulombiano (indipendente quindi dalla velocità ma legata unicamente alla componente normale del carico esterno). La forza complessiva al fondo per unità di area fu quindi espressa tramite la seguente relazione:

$$f_R = \frac{\rho g}{\xi} V_s^2 + \mu \rho g h_s \cos \theta_s \quad (20)$$

valida per il moto di versante, in cui il coefficiente di Chezy è sostituito dal coefficiente di attrito turbolento ξ e μ indica il coefficiente di attrito Coulombiano (nel caso di moto incanalato nella eq.20 al posto dell'altezza dello strato nevoso in scorrimento è introdotto il raggio idraulico). Dalle relazioni (19) e (20) si ricava l'espressione della velocità massima raggiunta a regime dalla valanga nella zona di scorrimento:

$$V_s = \{ \xi h_s (\sin \theta_s - \mu \cos \theta_s) \}^{0,5} \quad (21)$$

Nel lavoro originale di Voellmy (1955) si supponeva che lo spessore della neve in movimento, h_s , fosse approssimativamente uguale ad h_0 , spessore del lastrone al distacco (entrambe le altezze sono misurate perpendicolarmente al pendio). Tuttavia molteplici osservazioni sperimentali suggeriscono che le valanghe a lastroni teneri di neve asciutta tendono a disperdere il materiale verso l'alto durante il movimento. In Tabella 2 i valori tipici del rapporto h_s/h_0 sono messi in relazione al tipo di valanga.

Tipo di valanga	h_s/h_0
Lastrone duro	1÷2
Lastrone soffice	1,5÷5
Lastrone umido	1÷2

Tabella 2 - Valori tipici del rapporto h_s/h_0 proposti da Mears (1981)

L'analisi del fenomeno dell'arresto è effettuata con riferimento al moto decelerato di un corpo rigido su un tratto a pendenza costante ($tg\theta_a < \mu$), con il quale a priori si è descritta in modo semplificato la parte del pendio in cui si ritiene che la valanga rallenti fino ad arrestarsi (Figura 7). La valutazione della distanza di arresto è fatta mediante un bilancio energetico, in cui il lavoro delle forze esterne resistive (attrito turbolento, attrito coulombiano) dovrà uguagliare la diminuzione di energia cinetica e potenziale. L'espressione proposta da Voellmy per il calcolo della distanza di arresto è la seguente:

$$X_R = \frac{V_s^2}{\left[2g(\mu \cos \theta_a - \sin \theta_a) + \frac{V_s^2 g}{\xi h_m} \right]} \quad (22)$$

in cui l'altezza caratteristica del tratto di scorrimento (h_s) è stata sostituita con il valore che rappresenta l'altezza media dei depositi (h_m).

I valori tipici dei parametri di resistenza caratteristici del modello di Voellmy (μ e ξ) sono stati discussi da differenti autori (ad esempio Schaerer, 1975; Buser e Fruitiger, 1980; Martinelli *et al.*, 1980). La procedura da seguire per l'applicazione del modello di Voellmy al calcolo delle valanghe è descritta in dettaglio nelle *Direttive Svizzere* (Salm *et al.*, 1990); in tale documento sono forniti anche i valori di riferimento da utilizzare per i coefficienti di resistenza in dipendenza della morfologia del sito e delle dimensioni dell'evento, ottenuti sulla base di un'estensiva taratura del modello.

Le idee originarie di Voellmy sono state recentemente implementate in un modello continuo di tipo idraulico (AVAL1D, Christen *et al.*, 2002) che, in Svizzera, sta progressivamente sostituendo il modello di Voellmy nei calcoli tecnici delle valanghe.

3.2 Modelli di tipo continuo

I modelli di tipo “continuo” si basano sull’ipotesi di considerare la valanga un mezzo continuo monofase (Figura 8), e ne descrivono il moto mediante le equazioni di bilancio della dinamica dei continui deformabili (bilanci di massa e quantità di moto). Essi quindi consentono, almeno in linea di principio, di valutare l’evoluzione spazio-temporale completa del fenomeno, cioè l’andamento punto per punto ed istante per istante di tutte le grandezze fisiche più significative (ad esempio altezze di scorrimento, h in Figura 8, e velocità, V in Figura 8), fornendo pertanto una descrizione più realistica e completa della dinamica della valanga rispetto ai modelli a centro di massa.

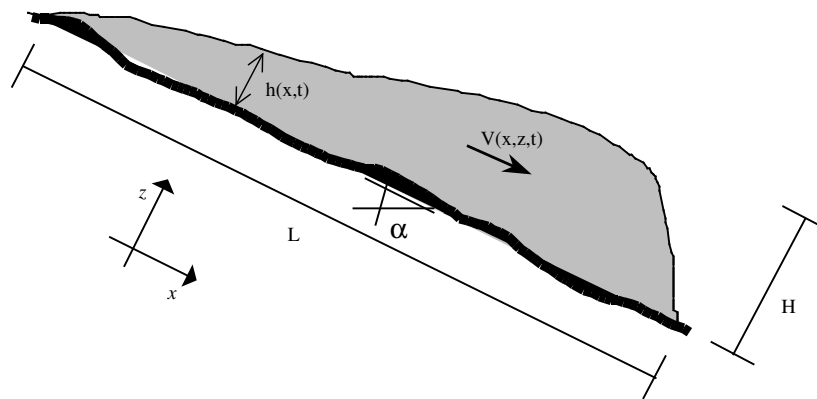


Figura 8 - Sezione schematica di una valanga densa. H e L sono due lunghezze caratteristiche del fenomeno (per un evento alla scala di prototipo tipicamente il rapporto H/L è dell'ordine di 10^{-2}). x e z sono le due coordinate cartesiane che individuano univocamente la posizione all'interno del corpo dell'ammasso nevoso, t indica il tempo.

L'impostazione completa del problema da un punto di vista matematico richiede la definizione parallela del sistema di equazioni a cui fare riferimento e delle leggi costitutive da utilizzare per la descrizione del comportamento meccanico dell'ammasso nevoso in movimento. Con riferimento a questi due aspetti, le modellizzazioni di tipo continuo proposte in letteratura possono essere così classificate (Figura 1):

- *modelli basati sulle equazioni di Navier-Stokes*, che a loro volta si possono suddividere in modelli newtoniani (Lang *et al.*, 1979a-b; Dent *et al.*, 1980; Hunt, 1995) e modelli biviscosi (Dent *et al.*, 1983) a seconda del modello reologico adottato;
- *modelli di tipo idraulico* (anche detti *di tipo integrale*), basati sulle equazioni di St. Venant o delle "acque basse" (nel caso rispettivamente mono- e bi-dimensionale), anch'essi a loro volta suddivisibili in base alla formulazione reologica utilizzata. Con riferimento a quest'ultimo aspetto in letteratura sono state proposte leggi di resistenza di tipo Coulombiano (Grigoryan, 1979; Savage e Hutter, 1989; 1991; Sampl, 1993), formulazioni in cui accanto al termine di attrito coulombiano viene introdotto un termine di resistenza dipendente dal quadrato della velocità (Naaim e Ancey, 1992; Natale *et al.*; 1994; Barbolini, 1998; Barbolini *et al.*, 2000; Bertelt *et al.*, 1997a; Eglit, 1998) e formulazioni resistive più complesse facenti riferimento a modelli reologici di tipo visco-plastico (Norem *et al.*, 1987; 1989; Bertelt *et al.*, 1997b).

Per una rassegna esaustiva e dettagliata delle modellazioni di tipo continuo proposte in letteratura si rimanda a Barbolini (1996) e Harbitz (1998).

3.3 Pressioni di impatto delle valanghe

La pressione di impatto esercitata da una valanga su di un ostacolo piatto, di grandi dimensioni, disposto perpendicolarmente rispetto alla traiettoria di avanzamento della massa nevosa (parametro di riferimento, assieme al tempo di ritorno, per la delimitazione delle aree con differente grado di esposizione al pericolo di valanghe), può essere espressa come somma di due contributi (equazione 23): uno legato alle componenti di sollecitazione di natura statica, uno a quelle di natura dinamica.

$$P = P_{statica} + P_{dinamica} \quad (23)$$

L'ordine di grandezza della componente statica di sollecitazione può essere stimato, in prima approssimazione, con riferimento al carico idrostatico:

$$P_{stat} \approx \rho \cdot g \cdot H \quad (24)$$

dove con ρ [kg/m³] si è indicata la densità media della neve, con g [m/s²] l'accelerazione di gravità e con H [m] lo spessore dell'ammasso nevoso in movimento (o eventualmente depositato).

La componente dinamica di sollecitazione è usualmente espressa nel seguente modo (si veda ad esempio Salm *et al.*, 1990):

$$P_{din} = k \cdot (\rho \cdot V^2) \quad (25)$$

in cui V [m/s] indica la velocità della valanga e k un coefficiente adimensionale usualmente assunto pari a 1 per le valanghe dense e pari a 0,5 per quelle polverose (almeno nel caso di ostacoli di grosse dimensioni, come nel caso in esame).

I calcoli delle valanghe, eseguiti mediante i modelli di dinamica di cui ai paragrafi precedenti (§ 3.1 e 3.2) consentono di calcolare i principali parametri dinamici delle valanghe (altezze di scorrimento e deposito, H , velocità, V , ecc.), e quindi di stimare le pressioni di impatto.

A velocità elevate (indicativamente $V > 10$ m/s), il contributo statico può essere ritenuto trascurabile rispetto a quello dinamico, sia nel caso di valanghe dense che nel caso di valanghe polverose. Questa è la tipica situazione delle zone di scorrimento delle valanghe.

In zona di arresto la situazione è invece differente.

Nel caso delle valanghe dense, infatti, il contributo di natura statica può divenire di importanza paragonabile a quello di natura dinamica, a causa della riduzione di velocità caratteristica delle zone di deposito (pochi metri al secondo) e, al contempo, dell'aumento degli spessori di scorrimento e della densità dell'ammasso nevoso associati al fenomeno della decelerazione. In

particolare per le valanghe dense, anche ad avvenuto arresto, a causa delle notevoli densità e spessori del deposito, il contributo statico può risultare rilevante (qualche kPa, vedi equazione 24).

Nel caso delle valanghe polverose invece in generale il contributo di natura statica risulta trascurabile rispetto a quello di natura dinamica anche nella zona di deposito, in virtù delle velocità di propagazione maggiori che tale tipo di valanga è in grado di mantenere anche in aree a pendenza contenuta e delle densità molto basse caratteristiche di tali scorrimenti anche nelle fasi di decelerazione e arresto. In particolare, per le valanghe polverose può essere trascurato il contributo statico associato al deposito della valanga, poiché generalmente si hanno depositi di limitato spessore.